



SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL
UNI



Álgebra

Tema: Sistemas de ecuaciones

Docente: José Luis Vásquez Carhuamaca

academiacesarvallejo.edu.pe

1.- Si el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 6x + 4y = 3 \\ 3x + 8y = 3 \\ mx + ny = n \end{cases}$$

tiene solución única, calcule el valor de m/n .

A) 2 B) 3 C) 4 D) 1,5 E) 2,25

Resolución

1º Resolver

$$\begin{cases} 6x + 4y = 3 & \dots (I) \\ 3x + 8y = 3 & \dots (II) \end{cases}$$

2(I), (II)

$$\begin{array}{r} 12x + 8y = 6 \\ 3x + 8y = 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ - \end{array}$$

$$9x = 3$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Recmp. en

$$6x + 4y = 3$$

$$2 \cdot 6\left(\frac{1}{3}\right) + 4y = 3 \rightarrow y = \frac{1}{4}$$

2º Reemplazando en

$$mx + ny = n$$

$$m\left(\frac{1}{3}\right) + n\left(\frac{1}{4}\right) = n$$

$$\frac{m}{3} = \frac{3n}{4}$$

Entonces $\frac{m}{n} = \frac{9}{4}$

2.- Luego de resolver el sistema lineal

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + 2z = 5 \\ x - y - 3z = -6 \end{cases}$$

se obtiene como $CS = \{(\alpha; \theta; \beta)\}$.

Determine $N = 3\alpha + 2\theta + 2\beta$.

- A) 6 B) 8 C) 7 ~~D) 5~~ E) 9

Resolución

Como $CS = \{(\alpha; \theta; \beta)\}$

$$\rightarrow x = \alpha; \quad y = \theta; \quad z = \beta$$

Reemplazando en $3x + 2y + 2z = 5$

$$3\alpha + 2\theta + 2\beta = 5$$

3.- Si $CS = \{ (x_0; y_0; z_0) \}$ es el conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} ax + by + cz = 2a - b \\ bx + cy + az = 2b - c \\ cx + ay + bz = 2c - a \end{cases}$$

Determine $M = (x_0 - 1)(y_0 - 2)(z_0 - 3)$.

A) 9 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

Resolución

$$\begin{array}{l} 1^{\circ} \\ \Delta_S = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 3abc - c^3 - a^3 - b^3 \\ \begin{array}{l} c^3 \leftarrow \\ a^3 \leftarrow \\ b^3 \leftarrow \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2^{\circ} \\ \Delta_X = \begin{vmatrix} 2a-b & b & c \\ 2b-c & c & a \\ 2c-a & a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2a & b & c \\ 2b & c & a \\ 2c & a & b \end{vmatrix} \\ C_1 + C_2 \end{array}$$

$$\Delta_X = 2 \underbrace{\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}}_{\Delta_S} = 2\Delta_S \Rightarrow x = \frac{\Delta_X}{\Delta_S} \rightarrow x = 2$$

$$\begin{array}{l} 3^{\circ} \\ \Delta_Y = \begin{vmatrix} a & 2a-b & c \\ b & 2b-c & a \\ c & 2c-a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & -b & c \\ b & -c & a \\ c & -a & b \end{vmatrix} \\ C_2 - 2C_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4^{\circ} \text{ Sumando la ecuación} \\ (a+b+c)(x+y+z) = a+b+c \\ x+y+z = 1 \\ \begin{array}{ccc} 2 & -1 & 0 \end{array} \end{array}$$

Piden $M = (2-1)(-1-2)(0-3) = 9$

4.- Sea A un conjunto definido por

$$A = \left\{ m \in \mathbb{R} / \begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right\}$$

tiene infinitas soluciones.

Determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. $n(A) = 2$ F

II. $A \subset \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ V

III. La suma de los elementos del conjunto A es 16. V

A) FVF B) VVV C) FVV D) VVF E) FFF

Resolución

$$\begin{cases} 8x + 3y + 2z = mx \\ 3y + z = my \\ 5z = mz \end{cases}$$

Recordando

$$\begin{cases} (8-m)x + 3y + 2z = 0 \\ (3-m)y + z = 0 \\ (5-m)z = 0 \end{cases}$$

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} 8-m & 3 & 2 \\ 0 & 3-m & 1 \\ 0 & 0 & 5-m \end{vmatrix} = (8-m)(3-m)(5-m)$$

Como el sistema tiene infinitas soluciones

$$\rightarrow \Delta_S = 0 \rightarrow (8-m)(3-m)(5-m) = 0$$

$$m = 8, m = 3, m = 5$$

$$\rightarrow A = \{3, 5, 8\}$$

I $n(A) = 3$

II $\{3, 5, 8\} \subset \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

III $3 + 5 + 8 = 16$

5.- Si el sistema lineal tiene infinitas soluciones

$$\begin{cases} 4x + (k+2)y = m+8 \\ mx + 7y = m-1 \end{cases}; m \neq 0; 1$$

Determine $N = 2k + m$.

A) 30 B) -32 C) -36 ~~D) -34~~ E) 34

Resolución

Aplicando propiedad

$$\frac{4}{m} = \frac{k+2}{7} = \frac{m+8}{m-1}$$

$$\begin{aligned} \text{De } \frac{4}{m} &= \frac{m+8}{m-1} \rightarrow 4m-4 = m^2+8m \\ m^2+4m-4 &= 0 \\ (m+2)^2 &= 0 \\ m &= -2 \end{aligned}$$

$$\text{Reem. en } \frac{4}{m} = \frac{k+2}{7}$$

$$-2 = \frac{k+2}{7}$$

$$k = -16$$

$$\text{Piden } N = 2(-16) + (-2) = \underline{-34}$$

6.- Determine los valores de k si el sistema tiene solución única.

$$\begin{cases} kx + 2y + z = m + 7 \\ k^2x + 6y + (k-3)z = 5 \\ k^3x + 18y + (k-3)^2z = -5 \end{cases}$$

- A) $\mathbb{R} - \{-3; -6; -1\}$ B) $\mathbb{R} - \{-1; 2; 6\}$
 C) $\mathbb{R} - \{0; 6\}$ D) $\mathbb{R} - \{0; 6; 3\}$
 E) $\mathbb{R} - \{2; 6; 1\}$

Resolución

1º $\Delta_S \neq 0$

2º $\Delta_S = \begin{vmatrix} k & 2 & 1 \\ k^2 & 6 & k-3 \\ k^3 & 18 & (k-3)^2 \end{vmatrix}$

$\uparrow$ $\uparrow$
 C_1 C_2

$$\Delta_S = 2K \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ K & 3 & K-3 \\ K^2 & 9 & (K-3)^2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_S = 2K (K-3-K)(K-3-3)(3-K)$$

$$\Delta_S = 2K (-3)(K-6)(3-K) \neq 0$$

$$K \neq 0, K \neq 6, K \neq 3$$

3º $K \in \mathbb{R} - \{0, 6, 3\}$

Recordar

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (c-b)(c-a)(b-a)$$

7.- Dado el siguiente sistema

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}}_{A_{3 \times 3}} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{x_{3 \times 1}} = \underbrace{\begin{pmatrix} n \\ m \\ p \end{pmatrix}}_{b_{3 \times 1}}$$

Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

I. Si $|A| \neq 0$, entonces existe una única solución que es $x = A^{-1} b$. (V)

II. Si $|A| = 0 \wedge \begin{vmatrix} n & b & c \\ m & e & f \\ p & h & i \end{vmatrix} \neq 0$ entonces no tiene solución. (V)

III. Si $|A| = 0 \wedge \begin{vmatrix} a & n & c \\ d & m & f \\ g & p & i \end{vmatrix} = 0$ entonces el sistema es compatible indeterminado. (F)

A) VVV B) VVF C) FFF D) FVV E) VFF

Resolución

El sistema tiene la forma

$$AX = B$$

Si $|A| \neq 0 \rightarrow$ existe A^{-1}

$$A^{-1}AX = A^{-1}B \rightarrow X = A^{-1}B$$

Ahora

$$\Delta_s = |A| ; \Delta_x = \begin{vmatrix} n & b & c \\ m & e & f \\ p & h & i \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a & n & c \\ d & m & f \\ g & p & i \end{vmatrix}$$

Recordar

I Si $\Delta_s = |A| = 0 \wedge \Delta_x \neq 0 \vee \Delta_y \neq 0$

el sistema no tiene solución. $\Delta_z \neq 0$

II Si $\Delta_s = |A| = 0 \wedge (\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0)$
el sistema es compatible determinado.

8.- Determine la suma de todos los valores x e y , que verifican el sistema.

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 481 \\ x - \sqrt{xy} + y = 13 \end{cases}$$

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Resolución

Se tiene

$$\bullet \quad x^2 + xy + y^2 = 481 \quad \text{+} \quad xy \quad ; \quad xy > 0$$

$$(x+y)^2 = 481 + xy$$

$$\bullet \quad x+y = 13 + \sqrt{xy}$$

$$(x+y)^2 = (13 + \sqrt{xy})^2$$

$$481 + \cancel{xy} = 169 + \cancel{xy} + 26\sqrt{xy}$$

$$\cancel{312} = \cancel{26}\sqrt{xy} \rightarrow \sqrt{xy} = 12$$

$$xy = 144$$

Luego

$$\begin{aligned} x^2 + 144 + y^2 &= 481 \rightarrow x^2 + y^2 = 337 \\ x + y - 12 &= 13 \rightarrow x + y = 25 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc} 16 & 9 \\ 9 & 16 \end{array}$$

Suma de valores es $25 + 25 = 50$

9.- Luego de resolver

$$\begin{cases} (x+y)^2 + (x-y)^2 = 72 \\ (x+3)(y+3) = 11 \end{cases}$$

Determine

$$A = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$$

A) $\frac{18}{5}$ B) $-\frac{18}{7}$ C) $\frac{18}{7}$ D) $-\frac{18}{5}$ E) $-\frac{18}{3}$

Resolución

Reordenando

$$\begin{cases} 2(x^2+y^2) = 72 \rightarrow x^2+y^2 = 36 \\ (x+3)(y+3) = 11 \rightarrow xy+3(x+y)+9 = 11 \end{cases}$$

Reordenando $\begin{cases} x^2+y^2 = 36 \\ 3(x+y)+xy = 2 \end{cases}$

Piden $A = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{36}{xy}$

$$\begin{aligned} 1^{\circ} \quad x^2 + y^2 + 2xy &= 36 + 2xy \\ (x+y)^2 &= 36 + 2xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{\circ} \quad 3(x+y) + xy &= 2 \\ x+y &= \frac{2-xy}{3} \\ (x+y)^2 &= \left(\frac{2-xy}{3}\right)^2 \end{aligned}$$

$$36 + 2xy = \frac{4 - 4xy + (xy)^2}{9}$$

$$324 + 18xy = 4 - 4xy + (xy)^2$$

$$(xy)^2 - 22xy - 320 = 0$$

$$\begin{matrix} xy & & -32 \\ xy & & 10 \end{matrix}$$

$$(xy-32)(xy+10) = 0$$

$$xy = 32 \quad xy = -10$$

Piden $A = \frac{36}{32} \vee A = \frac{36}{-10}$

$$A = -\frac{18}{5}$$

— ACADEMIA —

CÉSAR

VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe